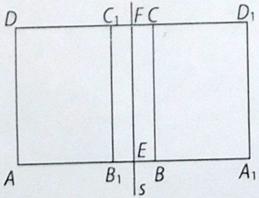
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
24.02.2018 – VI разред

1. У једном разреду има 64 ученика. Може ли се 2018 бомбона поделити ученицима тог разреда тако да сваки ученик добије различит број бомбона и ниједан ученик не остане без бомбона?

2. Квадрати $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ су осно симетрични у односу на праву s (види слику). Ако је обим квадрата $ABCD$ једнак 24cm и обим правоугаоника AA_1D_1D једнак 34cm колики је обим правоугаоника $AEFD$?



3. Тачка S је центар круга уписаног у троугао ABC, $AC = 13$cm, $BC = 14$cm. Права a која садржи тачку S и паралелна је страници AB сече AC и BC редом у тачкама P и Q. Израчунај обим троугла CPQ.

4. Који је број већи, $\frac{2017}{2018}+\frac{2018}{2017}$ или $\frac{17}{18}+\frac{18}{17}$?

5. Одреди четири најмања узастопна природна броја таква да је први дељив са 2, други са 3, трећи са 5 и четврти са 7.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

6

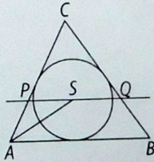
VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Претпоставимо да је то могуће. Нека је свако од њих добио различит број бомбона. Због чињенице да је $1 + 2 + 3 + ... + 64 = 32 \cdot 65 = 2080$, а да је на располагању 2018 бомбона, закључујемо да није могуће да сви добију различит број бомбона [**20 поена**. Не признавати одговор „не" без образложења.].

2. (**МЛ 51/5**) Из $AD = 6$cm и $AD + AA_1 = 17$cm се добија да је $AA_1 = 11$cm [**5 поена**]. Даље је $A_1B = AA_1 - AB = 5$cm [**5 поена**]. Због симетрије је $AB_1 = A_1B = 5$cm, $B_1B = 1$cm и $B_1E = 0{,}5$cm [**5 поена**]. Тражени обим правоугаоника $AEFD$ износи $2 \cdot (6\text{cm} + 5{,}5\text{cm}) = 23$cm [**5 поена**].

3. (**МЛ 50/2**) Важи $\measuredangle SAB = \measuredangle PSA$ (са паралелним крацима) [**5 поена**] и $\measuredangle SAB = \measuredangle SAP$ (симетрала угла), па је $\measuredangle PSA = \measuredangle SAP$, тј. троугао ASP је једнакокрак ($PS = PA$) (слика) [**10 поена**]. Слично је $QS = QB$, па је тражени обим $CP + PQ + QC = CP + PS + SQ + QC = CP + PA + BQ + QC = CA + CB = 27$cm [**5 поена**].



4. Важи $A = \frac{2017}{2018}+\frac{2018}{2017} = 1-\frac{1}{2018}+1+\frac{1}{2017} = 2+\frac{1}{2017\cdot 2018}$, и слично, $B = 2+\frac{1}{17\cdot 18}$ [**15 поена**]. Из $\frac{1}{2017\cdot 2018} < \frac{1}{17\cdot 18}$, следи $A < B$ [**5 поена**].

5. Означимо тражене узастопне бројеве са $a < b < c < d$. Пошто је a дељив са 2, такав је и c, па како је он дељив са 5, значи да је дељив са 10, тј. завршава се нулом [**5 поена**]. Следи да се број d завршава јединицом [**5 поена**], а како је он дељив са 7, мора бити облика $d = 7x$, где се x завршава цифром 3 [**5 поена**]. За $x = 3$ добијају се бројеви 18, 19, 20, 21, а за $x = 13$ добијају се бројеви 88, 89, 90, 91 који не задовољавају услове задатка. За $x = 23$ бројеви 158, 159, 160, 161 су тражени [**5 поена**].