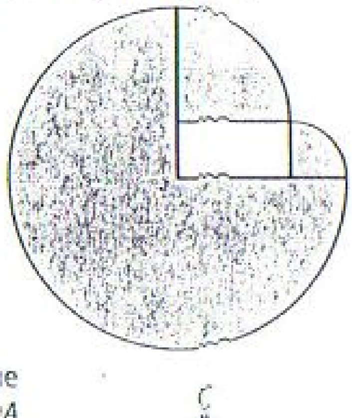
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VIII РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ45/2)** $P=168\sqrt{3}\text{cm}^2$ **(10 бодова)**, $V=144\sqrt{3}\text{cm}^3$ **(10 бодова)**.

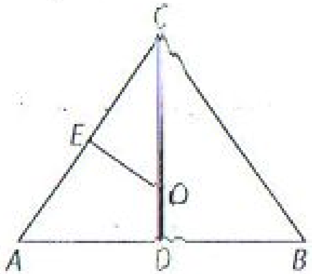
2. Пас може да се креће само по осенченом делу травњака који је састављен од три четвртине круга полупречника 12m, четвртине круга полупречника 8m и четвртине круга полупречника 4m. Дакле, тражена површина је



$\frac{3}{4}\cdot(12\text{m})^2\pi+\frac{1}{4}\cdot(8\text{m})^2\pi+\frac{1}{4}\cdot(4\text{m})^2\pi=$

$=128\pi\text{m}^2$ (20 бодова).

3. **(МЛ46/1)** а) Праве OD и OE су симетрале основице и крака па су углови CEO и CDA прави. Поред два једнака права угла, троуглови ADC и OEC имају једнаке и углове ACD и OCE, па су слични **(10 бодова)**.
б) Применом Питагорине теореме на троугао ADC имамо да је $AC^2 = AD^2 + DC^2$, па је DC = 8cm. Како је E средиште странице AC, то је CE = 5cm. Из односа $AC : OC = CD : CE$, добијамо да је тражени полупречник CO = 6,25cm **(10 бодова)**.



4. **(МЛ46/1)** Да би једначине биле еквивалентне морају имати исти скуп решења. Како је једино решење друге једначине $x=\frac{3}{4}$ **(10 бодова)** то заменом ове вредности за x у првој једначини добијамо $a=8\frac{1}{2}$ **(10 бодова)**.

5. Нека су све цифре парне. Парне цифре су 0, 2, 4, 6 и 8. Ако је петоцифрени број облика $\overline{abcde}$ тада a може бити било која од цифара 2, 4, 6 и 8, за цифру b остају четири могућности, за цифру c три могућности, за цифру d две могућности и за цифру e једна, па укупно тражених бројева има $4\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=96$ **(10 бодова)**. Ако су све цифре непарне, тражених бројева $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$ **(10 бодова)**. Дакле, укупно их има 216.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VII РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ45/1)** а) -1 **(10 бодова)**; б) $144\cdot(6-5\sqrt{6})$ **(10 бодова)**.

2. **(МЛ46/3)** Применом Питагорине теореме на троугао ABC је CB^2 = 8 **(6 бодова)**. Применом Питагорине теореме на троугао ACM имамо AM^2 $=\frac{57}{8}$ **(6 бодова)**. Како је $\frac{57}{8}<\frac{64}{8}=8$, то је $AM^2 < CB^2$, па је и $AM < CB$ **(8 бодова)**.

3. $8^8=\left(2^3\right)^8=2^{24}$ **(5 бодова)**, $\left(4^4\right)^x=4^{4x}=\left(2^2\right)^{4x}=2^{8x}$ **(5 бодова)**. Сада имамо $2^{24}+2^{8x}=2^{25}$, па је $2^{8x}=2^{25}-2^{24}=2^{24}(2-1)=2^{24}$. Дакле, $2^{8x}=2^{24}$ **(5 бодова)** па је $8x = 24$, тј. $x = 3$ **(5 бодова)**.

4. Ратков број је $\overline{A1}$, а Славољубов $\overline{1A}$ и важи $\overline{A1}=3\cdot\overline{1A}$. Како је број A петоцифрен, имамо да је $10A + 1 = 3\cdot(100000 + A)$ **(15 бодова)**, а после сређивања добијамо $7A = 299999$, па је Вера замислила број 42857 **(5 бодова)**.

5. а) Троуглови ABD и ABC имају заједнички страницу (AB) и једнаке висине (AD) па имају и једнаке површине. Сада имамо

$$P_{ASD}=P_{ABD}-P_{ABS}=P_{ABC}-P_{ABS}=P_{BCS}\text{ (10 бодова).}$$

б) Површина троугла ABD је 16cm², а троугла ACD је 12cm². Како је $P_{ABD}=P_{ABS}+P_{ASD}$ и $P_{ACD}=P_{CDS}+P_{ASD}$ имамо

$$P_{ABD}-P_{ACD}=\left(P_{ABS}+P_{ASD}\right)-\left(P_{CDS}+P_{ASD}\right)=P_{ABS}-P_{CDS}$$

па је $P_{ABS}-P_{CDS}=4\text{cm}^2$ **(10 бодова)**.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - V РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ44/3)** $\frac{1}{4}-0{,}09=0{,}16$; $\frac{1}{4}-0{,}24=0{,}01$; $\frac{1}{4}-0{,}222=0{,}028$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{100}=0{,}24$; $\frac{1}{4}-\frac{1}{125}=0{,}242$. (Свако тачно решење по **4 бода**. Максимално бодовати и ако су решења дата у облику разломка.)

2. **(МЛ46/2)** Како су сва растављања броја 48 на производ два чиниоца а) $1\cdot 48$, б) $2\cdot 24$, в) $3\cdot 16$, г) $4\cdot 12$, д) $6\cdot 8$, то значи да постоји 5 могућности за дужине страница правоугаоника, па самим тим постоји и 5 решења (**5 бодова**). Обим правоугаоника може бити а) 98cm (**3 бода**), б) 52cm (**3 бода**), в) 38cm (**3 бода**), г) 32cm (**3 бода**), д) 28cm (**3 бода**).

3. **(МЛ46/3)** $\frac{2}{5}$ правог угла је $(90^\circ:5)\cdot 2=36^\circ$ (**5 бодова**). Како је угао α за 36° већи од њему суплементног угла, то је величина суплементног угла $\alpha-36^\circ$. Сада је $\alpha+(\alpha-36^\circ)=180^\circ$, па је $\alpha=108^\circ$ (**15 бодова**).

4. Квадрата странице 1cm има 13 (**3 бода**). Квадрата странице 2cm има 6 (**9 бодова**), и 1 је квадрат странице 3cm (**3 бода**). Збир површина ових квадрата је

$$13\cdot 1\text{cm}^2+6\cdot 4\text{cm}^2+1\cdot 9\text{cm}^2=46\text{cm}^2 \ (\textbf{5 бодова})$$

5. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{7}{n}=1$ па је $\frac{19}{20}+\frac{7}{n}=1$, тј. $\frac{7}{n}=\frac{1}{20}$. Одавде је $n=140$ (**20 бодова**).

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - VI РАЗРЕД

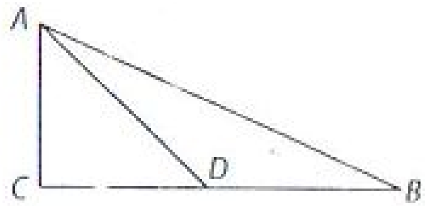
Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. **(МЛ45/2)** Како је $AC=AD-CD=CE-CD=ED$ (**5 бодова**) и $\measuredangle CAB=\measuredangle DEF$ као углови са паралелним крацима, имамо да је

$$\left.\begin{aligned} AB&=EF\\ \measuredangle CAB&=\measuredangle DEF\\ AC&=ED\end{aligned}\right\}\overset{СУС}{\Longrightarrow}\Delta ABC\cong\Delta EFD\Longrightarrow FD=BC \ (\textbf{15 бодова}).$$

2. **(МЛ45/3)** $252=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 7$ (**5 бодова**). Како се 252 може раставити на највише 5 простих чинилаца, од којих можемо добити највише 5 различитих целих бројева, закључујемо да 1 и -1 (**5 бодова**) морају бити чиниоци броја 252. Дакле, тражени бројеви су 1, -1, 2, -2, 3, -3 и -7 (**10 бодова**) јер је потребан паран број негативних чинилаца.

3. ΔADC је једнакокрако-правоугли па је $\measuredangle CDA=45^\circ$. ΔABD је једнакокрак па је $\measuredangle DAB=\measuredangle DBA$. Како је $\measuredangle CDA=\measuredangle DAB+\measuredangle DBA$, то је $\measuredangle DBA=22^\circ\,30'$, па су углови троугла 90°, $22^\circ\,30'$ и $67^\circ\,30'$ (**20 бодова**).



4. Претпоставимо да је било x комада воћа. Тада је број крушака и јабука $\frac{1}{3}x$, а само јабука $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}x=\frac{1}{6}x$ (**5 бодова**). Брескви и банана је било $\frac{2}{3}x$, а само банана $\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{3}x=\frac{4}{21}x$ (**5 бодова**). Сада је број јабука и банана $\frac{1}{6}x+\frac{4}{21}x=\frac{15}{42}x$ (**5 бодова**). Како је број воћа цео и између 50 и 100, закључујемо да је укупно комада воћа било 84, а јабука и банана 30 (**5 бодова**).

5. **(МЛ44/2)** У датој једначини $|ab|+p=53$, a и b су непарни бројеви (производ два непарна броја је увек непаран број) па p мора бити 2 (**2 бода**), па је $|ab|=51$ (**2 бода**). Знамо да је $51=1\cdot 51=3\cdot 17$. Пошто нам треба апсолутна вредност производа бројева a и b, производ датих бројева може бити и негативан. Сва решења су:

a	1	−1	1	−1	51	−51	51	−51	3	−3	3	−3	17	−17	17	−17
b	51	51	−51	−51	1	1	−1	−1	17	17	−17	−17	3	3	−3	−3

Свако решење бодовати са **једним бодом**.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - IV РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

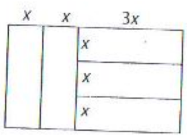
1. **(МЛ44/2)** а) 5434 (**7 бодова**); б) 1434 (**6 бодова**); в) 5434 (**7 бодова**).

2. Како је збир двоцифреног и једноцифреног броја који се пишу истом цифром троцифрен број, једина могућност је $A = 9$. Како је $99 + 9 = 108$, то је $B = 1$, $C = 0$, $D = 8$ (**15 бодова**) и $A - B + C - D = 0$ (**5 бодова**).

3. У једном минуту кроз цев истекне 9 литара воде. Како од 6h 13min до поноћи протекне 17h 47min = 1067min (**10 бодова**), то за тражено време истекне $1067 \cdot 9 = 9603$ литара воде (**10 бодова**).

4. **(МЛ46/2)** а) 2222222012 (**8 бодова**); б) 1010122012 (**12 бодова**).

5. Ако краћу страницу малог правоугаоника обележимо са x, онда је дужа страница мањег правоугаоника $3x$. Дужа страница већег правоугаоника је онда $5x$, па је $5x = 30$cm, тј. $x = 6$cm (**10 бодова**). Дакле, странице мањег правоугаоника су 6cm и 18cm, па је његов обим 48cm (**10 бодова**).



РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - III РАЗРЕД

Признавати и са максималним бројем бодова оценити свако тачно решење које није у кључу.

1. Како је збир три иста двоцифрена сабирка двоцифрен број, то M може бити 1, 2 или 3, а како је $M > C$, то C може бити 0, 1 или 2 зависно од вредности M. Како је $C + C + C = M$, то је јединa могућност $M = 3$ и $C = 1$, па је $Д = 9$ (**15 бодова**). Дакле, $Д + 2 \cdot M + 3 \cdot C = 18$ (**5 бодова**).

2. **(МЛ45/2)** Како су узастопне стране обележене узастопним бројевима и како је $41 = 20 + 21$ то је лева страна обележена са 20, а десна са бројем 21(**15 бодова**). Тражени производ је $21 \cdot 20 = 420$ (**5 бодова**).

3. Са теразија лево се види да је маса крушке за 50g већа од масе јабуке. Да је на теразијама десно уместо крушке јабука, укупна маса би била за 50g мања, па би маса две јабуке била 350g, односно маса једне јабуке би било 175g, па је маса крушке 225g (**20 бодова**).

4. Постоје 4 решења: XIV + V = XIX, XV + IV = XIX, XVI + IV = XX, XVI + V = XXI (**свако тачно решење по 5 бодова**).

5. **(МЛ46/2)** Распоред тачака A, B, C, D је као на слици.

$BD = AD - AB =$ 1cm 8mm (**10 бодова**);
$CD = BC - BD =$ 3cm 6mm (**10 бодова**).
Ако је ученик тачно нацртао слику, а није тачно решио задатак дати 5 бодова.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
04.03.2012 - VII РАЗРЕД

1. а) Израчунај вредност израза

$$\left(-2\sqrt{3}\right)^2 : \left(20\cdot\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2-(-2)^2\cdot\frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2}{2}\right);$$

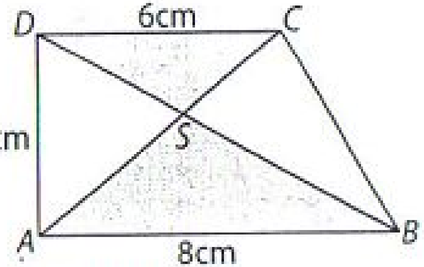
б) Упрости израз: $-2\sqrt{72}\cdot\left(3\sqrt{24}-\sqrt{54}\right)\cdot\left(\sqrt{200}-\sqrt{48}\right)$.

2. У правоуглом троуглу ABC (угао ACB је прав) $AB = 3$ и $AC = 1$. На дужи BC дата је тачка M, таква да је $CM = \frac{7\sqrt{2}}{4}$. Шта је веће BC или AM?

3. Одреди x ако је $8^8+\left(4^4\right)^x=2^{25}$.

4. Вера је замислила петоцифрени број A. Ратко је броју A дописао с десне стране цифру 1. Славољуб је броју A с леве стране дописао цифру 1. На овај начин Ратко је добио три пута већи број од Славољубовог. Који број је Вера замислила?

5. У правоуглом трапезу $ABCD$ дијагонале се секу у тачки S и AB = 8cm, AD = 4cm и CD = 6cm (види слику).
а) Докажи да троуглови ASD и BCS имају једнаке површине.
б) Одреди разлику површина троуглова ABS и CDS.



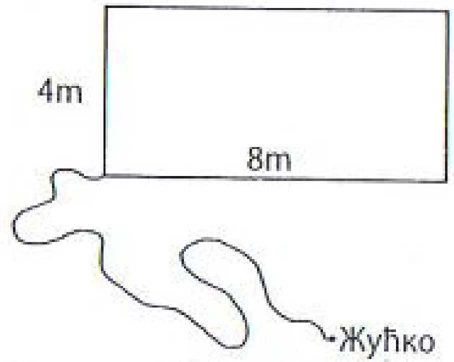
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
04.03.2012 – VIII РАЗРЕД

1. Дијагонала једне бочне стране правилне тростране призме је $8\sqrt{3}$cm. Израчунај површину и запремину призме ако је дијагонала бочне стране нагнута према равни основе под углом од 60°.

2. Пас Жућко је везан канапом дужине 12m за угао правоугаоне зграде чије су димензије 4m и 8m (види слику). Ако је зграда на равном терену, колика је површина по којој Жућко може да се креће?



3. Нека је O центар описаног круга једнакокраког троугла ABC ($AC = BC$) и нека су тачке D и E, редом, средишта основице AB и крака AC.
а) Докажи да су троуглови ADC и OEC слични.
б) Израчунај полупречник описаног круга тог троугла ако је основица a = 12cm и крак b = 10cm.

4. Одреди број a тако да једначине

$$2ax-\frac{1}{3}x=a+4 \quad \text{и} \quad -\frac{1}{4}(2x-1)=x-\frac{1+x}{2}$$

буду еквивалентне.

5. Колико има петоцифрених бројева чије су све цифре различите и исте парности?

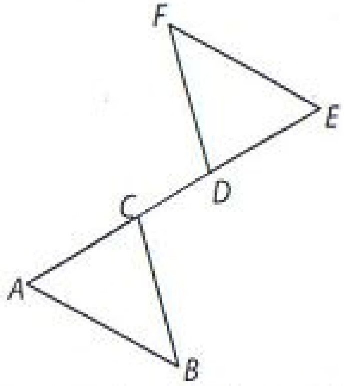
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

04.03.2012

VI РАЗРЕД



1. Ако је $AB = EF$, $AB \parallel EF$ и $AD = CE$ (на слици) докажи да је $FD = BC$.

2. Производ 7 различитих целих бројева је 252. О којим бројевима је реч?

3. У троуглу ABC ($\measuredangle C = 90°$), тачка D је на страници BC таква да су троуглови CDA и ADB једнакокраки. Одреди углове троугла ABC.

4. На тезги су биле крушке, јабуке, брескве и банане. Укупно је било више од 50, а мање од 100 комада воћа. Број крушака и јабука је исти, а заједно чине трећину укупног броја воћа. Од преосталог воћа $\frac{5}{7}$ нису банане. Колико комада јабука и банана је заједно било на тезги?

5. Реши једначину $|ab| + p = 53$ у скупу целих бројева, ако је p прост, а a и b су непарни бројеви.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

04.03.2012

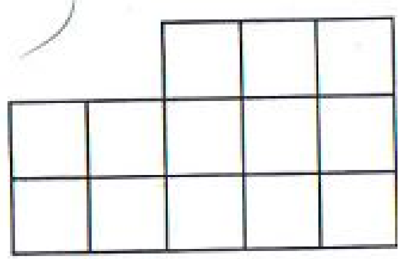
V РАЗРЕД

1. За колико је сваки од бројева 0,09; 0,24; 0,222; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{125}$ мањи од $\frac{1}{4}$?

2. Дужине страница правоугаоника су a cm и b cm, где су a и b природни бројеви. Ако је површина тог правоугаоника 48cm^2 израчунај његов обим. Колико решења постоји?

3. Угао α је за $\frac{2}{5}$ правог угла већи од њему суплементног угла. Израчунај угао α.

4. На слици је фигура састављена од једнаких квадрата странице 1cm. Колико укупно квадрата уочаваш на слици? Израчунај збир површина свих тих квадрата.
Напомена. Странице квадрата могу бити само на линијама које су на слици нацртане.



5. Одреди природан број n такав да је $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{7}{n}=1$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
04.03.2012

IV РАЗРЕД

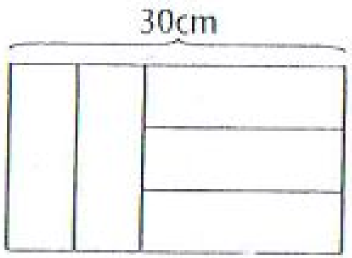
1. Ако је $x - 2012 = 3434$, израчунај:
   а) $(x + 2000) - 2012$; б) $(x - 2000) - 2012$; в) $x - (2012 - 2000)$?

2. Иста слова замени истим, а различита слова различитим цифрама, тако да сабирање
$$AA + A = BCD,$$
буде тачно. Израчунај вредност израза $A - B + C - D$.

3. Кроз неку цев истекне 54 литара воде за 6 минута. Колико литара воде истече кроз ту цев од 6 сати и 13 минута ујутру до поноћи?

4. Прецртај 6 цифара у низу
$$2012201220122012$$
тако да десетоцифрени број који се састоји од преосталих цифара буде: а) највећи могући; б) најмањи могући.

5. Велики правоугаоник је састављен од 5 једнаких мањих правоугаоника (види слику). Ако је дужина веће странице великог правоугаоника 30cm (види слику), израчунај обим једног малог правоугаоника.



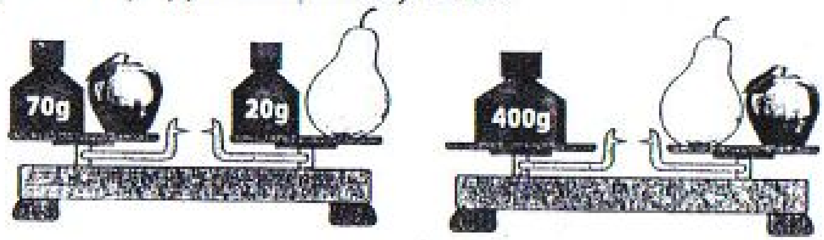
Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете и науке Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
04.03.2012 – III РАЗРЕД

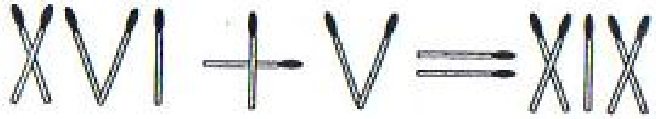
1. Иста слова замени истим, а различита слова различитим цифрама, тако да сабирање
$$MC + MC + MC = ДM,$$
буде тачно и да је при томе у броју MC цифра десетица већа од цифре јединица. Израчунај $Д + 2 \cdot M + 3 \cdot C$.

2. Тимотије је случајно отворио књигу и израчунао да је 41 збир броја којим је обележена лева страна и броја којим је обележена десна страна те књиге. Израчунај производ тих бројева.

3. У оба случаја на слици теразије су у равнотежи. Израчунај масу јабуке и масу крушке на основу слика.



4. Премести само једно палидрвце тако да добијеш тачну једнакост. Одреди сва решења.



5. На правој су тачке A, B, C и D тако да је B између A и C, а D између B и C. Ако је $AB = 7$cm, $BC = 5$cm 4mm и $AD = 8$cm 8mm. Израчунај дужину дужи CD.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.